

| | |
|-----------------------|----------------------------------|
| ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ: | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ |
| ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: | 17 / 01 / 2026 |

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΜΕΡΟΣ Α': ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1

A. Σχολικό βιβλίο σελίδα 128.

B. Σχολικό βιβλίο σελίδα 128.

Γ. i. Λ ii. Σ iii. Λ iv. Σ v. Λ

ΘΕΜΑ 2

A. i. Σχολικό βιβλίο σελίδα 41.

ii. Παράδειγμα άρρητου αριθμού: οι αριθμοί $\sqrt{2}, \sqrt{7}$ (πολλές αποδεκτές απαντήσεις).

B. i. Σχολικό βιβλίο σελίδα 19.

ii. Παράδειγμα αδύνατης εξίσωσης: $0x = 5, 0x = \sqrt{18}$ (πολλές αποδεκτές απαντήσεις).

Γ. i. Λ ii. Σ iii. Λ iv. Λ v. Σ

ΜΕΡΟΣ Β': ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

A.

i. $x + 8(x - 10) = 100 \Rightarrow x + 8x - 80 = 100 \Rightarrow 9x = 180 \Rightarrow x = 20$

ii. $2 - \frac{2-3x}{10} = -\frac{x-4}{10} - 4 \Rightarrow 20 - (2 - 3x) = -(x - 4) - 40$

$\Rightarrow 20 - 2 + 3x = -x + 4 - 40 \Rightarrow 4x = 4 - 18 - 40$

$\Rightarrow 4x = -54 \Rightarrow x = -\frac{54}{4} = -\frac{27}{2}$

iii. $\frac{2}{5} \left[x - \frac{5}{3}(x + 4) \right] = \frac{x-3}{3} - \frac{2}{3}(x + 2) \Rightarrow \frac{2}{5} \left(x - \frac{5x}{3} - \frac{20}{3} \right) = \frac{x-3}{3} - \frac{2}{3}(x + 2) \Rightarrow$

$$\frac{2}{5} \left(-\frac{2x}{3} - \frac{20}{3} \right) = \frac{x-3}{3} - \frac{2}{3}(x+2) \Rightarrow -\frac{4x}{15} - \frac{8}{3} = \frac{x-3}{3} - \frac{2}{3}(x+2)$$

Πολλαπλασιάζουμε με το ΕΚΠ(3,15) = 15 και τα δύο μέλη της εξίσωσης και προκύπτει:

$$\begin{aligned} -4x - 5 \cdot 8 &= 5(x-3) - 10(x+2) \Rightarrow -4x - 40 = 5x - 15 - 10x - 20 \Rightarrow \\ -4x - 5x + 10x &= -35 + 40 \Rightarrow x = 5 \end{aligned}$$

Β. Έστω x το ζητούμενο χρηματικό ποσό που συγκέντρωσαν στα κάλαντα.

Ο πρώτος συγκέντρωσε: $\frac{1}{6}x$ €

Ο δεύτερος συγκέντρωσε: $(\frac{1}{9}x + 20)$ €

Ο τρίτος συγκέντρωσε: $\frac{1}{3}x$ €

Ο τέταρτος συγκέντρωσε: $(\frac{1}{3}x + 80)$ €

Προκύπτει, λοιπόν, ότι συνολικά έχουν συγκεντρώσει:

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{9}x + 20 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x + 80 = x \Rightarrow \frac{1}{6}x + \frac{1}{9}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x + 100 = x$$

Πολλαπλασιάζουμε με το ΕΚΠ(3, 6, 9) = 18 και τα δύο μέλη της εξίσωσης και προκύπτει:

$$\begin{aligned} \Rightarrow 18 \frac{1}{6}x + 18 \frac{1}{9}x + 18 \frac{2}{3}x + 18 \cdot 100 &= 18x \\ \Rightarrow 3x + 2x + 12x + 1800 &= 18x \\ \Rightarrow 17x + 1800 &= 18x \\ \Rightarrow x &= 1800 \text{ €} \end{aligned}$$

Επομένως, το μερίδιο του καθενός είναι:

ο πρώτος συγκέντρωσε: $\frac{1}{6} \cdot 1800 = 300$ €

ο δεύτερος συγκέντρωσε: $\frac{1}{9} \cdot 1800 + 20 = 220$ €

ο τρίτος συγκέντρωσε: $\frac{1}{3} \cdot 1800 = 600$ €

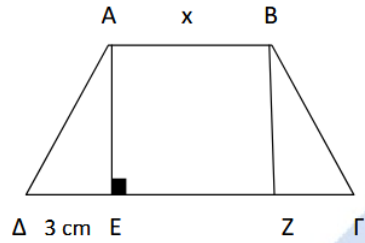
ο τέταρτος συγκέντρωσε: $\frac{1}{3} \cdot 1800 + 80 = 680$ €

ΘΕΜΑ 2

$$\begin{aligned} \text{A. } K &= \sqrt{5 + 5 \cdot \sqrt{13 + \sqrt{2 + \sqrt{7^2}}}} = \sqrt{5 + 5 \cdot \sqrt{13 + \sqrt{2 + 7}}} = \sqrt{5 + 5 \cdot \sqrt{13 + \sqrt{9}}} \\ &= \sqrt{5 + 5 \cdot \sqrt{13 + 3}} = \sqrt{5 + 5 \cdot \sqrt{16}} = \sqrt{5 + 5 \cdot 4} = \sqrt{5 + 20} = \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Lambda &= 3\sqrt{8} + 4\sqrt{2} - \sqrt{200} + 12\sqrt{32} = 3\sqrt{2 \cdot 4} + 4\sqrt{2} - \sqrt{2 \cdot 100} + 12\sqrt{16 \cdot 2} \\ &= 3 \cdot 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 4 \cdot 12\sqrt{2} = 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 48\sqrt{2} = 48\sqrt{2}\end{aligned}$$

B.



Το ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο, οπότε οι μη παράλληλες πλευρές του ΑΔ και ΒΓ είναι ίσες. Το ΑΒΖΕ είναι τετράγωνο, άρα όλες οι πλευρές του είναι ίσες, δηλαδή ισχύει $AB = BZ = ZE = EA = x$.

Δίνεται ότι $E_{ABZE} = 16 \text{ cm}^2$

Δηλαδή $EZ^2 = 16 \Leftrightarrow EZ = \pm\sqrt{16} \Leftrightarrow EZ = 4 \text{ cm}$, αφού $EZ > 0$.

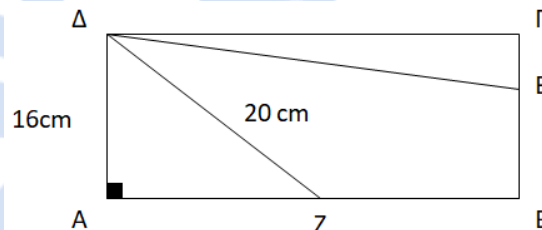
Επομένως, $\Delta\Gamma - EZ = \Delta E + Z\Gamma$.

Τα σημεία Α και Β έχουν την ίδια απόσταση από την πλευρά ΔΓ, οπότε ισχύει ότι:

$\Delta E = Z\Gamma = 3 \text{ cm}$. Άρα, $\Delta\Gamma = \Delta E + EZ + Z\Gamma = 3 + 4 + 3 = 10 \text{ cm}$.

Οπότε έχουμε, $E_{AB\Gamma\Delta} = \frac{(\Delta\Gamma + AB) \cdot \Delta E}{2} = \frac{(10 + 4) \cdot 4}{2} = 14 \cdot 2 = 28 \text{ cm}^2$.

ΘΕΜΑ 3



i. Το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, οπότε ισχύει $AB = \Delta\Gamma$ και $AD = B\Gamma$.

Από Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΑΔΖ προκύπτει:

$$A\Delta^2 + AZ^2 = \Delta Z^2$$

$$16^2 + AZ^2 = 20^2$$

$$AZ^2 = 400 - 256$$

$$AZ = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

Το Ζ είναι το μέσο του ΑΒ, οπότε $AZ = ZB = 12 \text{ cm}$ και άρα, $AB = AZ + ZB = \Delta\Gamma = 24 \text{ cm}$.

ii. Είναι $E\Gamma = 7 \text{ cm}$, οπότε αφού $B\Gamma = 16 \text{ cm}$, το $EB = 9 \text{ cm}$.

• Από Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΕΒΖ προκύπτει:

$$ZB^2 + EB^2 = ZE^2$$

$$12^2 + 9^2 = ZE^2$$

$$ZE^2 = 225$$

$$ZE = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

- Από Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΔΓΕ προκύπτει:

$$\Delta\Gamma^2 + \Gamma\epsilon^2 = \Delta\epsilon^2$$

$$24^2 + 7^2 = \Delta\epsilon^2$$

$$\Delta\epsilon^2 = 625$$

$$\Delta\epsilon = \sqrt{625} = 25 \text{ cm}$$

- iii. Από το Αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος στο τρίγωνο ΔΖΕ προκύπτει:

$$\Delta\text{Z}^2 + \text{Z}\epsilon^2 = 20^2 + 15^2 = 625 \text{ και } \Delta\epsilon^2 = 25^2 = 625$$

οπότε ισχύει $\Delta\text{Z}^2 + \text{Z}\epsilon^2 = \Delta\epsilon^2 = 625$, άρα το τρίγωνο ΔΖΕ είναι ορθογώνιο με $\hat{\text{Z}} = 90^\circ$.

- iv. $E_{\Delta\Delta\Gamma} = \frac{\Delta\Gamma \cdot \text{A}\Delta}{2} = \frac{24 \cdot 16}{2} = 24 \cdot 8 = 192 \text{ cm}^2$

